**АОУ ВО ДПО «Вологодский институт развития образования»**

**Центр непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников в г. Череповце**

«ОДОБРЕНО»

на заседании экспертной рабочей группы

по начальному общему образованию

при РУМО по общему образованию

(Протокол № 8 от 20.12.2023)

**Методические рекомендации**

**по теме «Формирование умения решать логические задачи на уроках**

**математики в начальной школе»**

Составитель:

Наталья Юрьевна Белякова,

методист сектора начального образования

Центра непрерывного повышения профессионального

мастерства педагогических работников в г. Череповце

АОУ ВО ДПО "Вологодский институт развития образования"

**Череповец, 2023**

**Актуальность**

Сегодня современный урок математики не проходит без заданий и задач на развитие логического мышления. Актуальность данной темы заключается в том, что из-за отсутствия системы работы над такими задачами, встаёт проблема как сформировать у учащихся способность мыслить последовательно. Умение решать задачи является одним из основных критериев уровня математического развития. Опыт работы показывает, что одним из эффективных способов развития мышления является решение школьниками нестандартных логических задач.

Логические упражнения позволяют на доступном детям математическом материале, в опоре на жизненный опыт строить правильные суждения без предварительного теоретического освоения самих законов и правил логики. На уроке в работе над логическими задачами дети практически учатся анализировать, сравнивать, выделять главное, обобщать и систематизировать, доказывать и опровергать, определять и объяснять понятия, ставить и разрешать проблемы. Овладение этими методами и означает умение мыслить.

Логические задачи занимают особое место в математике, решение задач данного вида способствуют успешному изучению предмета, развивают логическое мышление, являются зарядкой для ума. Развитие мышления младших школьников в процессе решения нестандартных задач способствует формированию умственных приёмов деятельности, творческих способностей учащихся, развитию интеллекта, познавательных способностей, повышению успеваемости. Учителю необходимо построить работу так, чтобы дети не боялись решать нестандартные задачи, научить правильно подходить к их решению.

Цель методических рекомендаций: раскрыть приёмы и методы работы по формированию умения решать логические задачи на уроках математики в начальной школе.

**Содержание**

Под логическим мышлением понимается способность и умение ребёнка младшего школьного возраста самостоятельно производить простые логические действия (анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация), а также составные логические операции (построение отрицания, утверждение и опровержение с использованием различных логических схем).

При организации специальной развивающей работы над формированием и развитием логических приёмов мышления наблюдается значительное повышение результативности этого процесса независимо от уровня развития ребёнка.

Целесообразнее развивать логическое мышление в русле математических знаний. Математика даёт возможность глубокого и осмысленного перехода от наглядно-действенного к образному, а потом и к логическому мышлению. Объекты математических умозаключений и принятые в математике правила их конструирования способствуют формированию у младшего школьника умения формулировать чёткие определения, обосновывать суждения, развивать логическую интуицию.

Формирование мышления состоит не только в усвоении какого-либо объёма знаний или навыков, но и в развитии собственной познавательной активности ребёнка, которая возникает в практической деятельности. Для детей младшего школьного возраста игровая деятельность является ведущей. Возможность представления заданий и упражнений в игровой форме, наиболее доступна для детей.

Эффективными средствами развития логического мышления являются дидактические игры, интеллектуальные разминки, логически–поисковые задания, тесты и другие упражнения занимательного характера, разнообразная подача которого эмоционально воздействует на детей, так как в них заложена смена деятельности. Дети слушают, думают, отвечают на вопросы, считают, составляют выражения, находят их значения, узнают интересные факты, что не только способствует взаимосвязи изучаемых в школе предметов, но и расширяет кругозор и побуждает к самостоятельному познанию нового.

Использование в работе проблемно-диалогической технологии и метода математического моделирования при сохранении игры как ведущего вида деятельности, позволяет создать условия для развития логического мышления.

Программа начального общего образования по математике в основном включает стандартные задания: задачи, решаемые по определённому алгоритму, и примеры, для решения которых необходимо знание определённых приёмов вычислений. Совсем мало в учебниках упражнений и заданий на развитие логического мышления. При этом задания не выстроены в систему, даются, как правило, со «звёздочкой» и специальная методическая работа с ними отсутствует. В результате запас заученных знаний быстро кончается, а несформированность умения продуктивно мыслить и применять знания на практике, неизбежно ведёт к появлению проблем.

**Приёмы формирования логического мышления**

Формирование логического мышления младшего школьника должно проходить поэтапно, так как внутри системы логических приёмов мышления существует строго определённая последовательность: один приём строится на другом.

1. Приём сравнения предметов.

Сравнение – это сопоставление предметов и явлений с целью найти сходство и различие между ними.

В ходе обучения приёму дети должны овладеть следующими умениями:

а) выделение признаков;  
б) установление общих признаков;  
в) выделение основания для сравнения;  
г) сопоставление по данному основанию.

Сравнение может идти по качественным характеристикам (цвет, форма), по количественным характеристикам: больше - меньше, длиннее - короче, выше – ниже.

Этот приём можно использовать на любом этапе урока.

2. Приём анализа и синтеза

Анализ – это мысленное расчленение предмета или явления на образующие его части, выделение в нем отдельных частей, признаков и свойств.

Синтез – это мысленное соединение отдельных элементов, частей и признаков в единое целое.

Используется в основном при решении задач.

1. Приём обобщения.

Обобщение – мысленное объединение предметов и явлений в группы по общим и существенным признакам.

Умения, необходимые для овладения этого приёма:

- относить конкретный объект к заданному классу;

- группировать объекты на основе самостоятельно найденных общих признаков и обозначать образованную группу общим названием.

4. Приём классификации.

Это мысленное распределение предметов на классы в соответствии с наиболее существенными признаками. Для проведения классификации необходимо уметь анализировать материал, сопоставлять друг с другом отдельные его элементы, находить в них общие признаки, осуществлять на этой основе обобщение, распределять предметы по группам на основании выделенных в них и отраженных в слове, названии группы общих признаков. Таким образом, осуществление классификации предполагает использование приёмов сравнения и обобщения.

5. Закономерность.

Для успешного решения подобных задач необходимо развивать у детей умение анализировать признаки и сопоставлять их с обобщенными признаками объектов. В процессе выполнения этих операций и осуществляется поиск решения задачи. Важно обратить внимание на развитие у ребенка умения обосновывать своё решение, доказывать правильность или ошибочность этого решения, выдвигать и проверять собственные предположения (гипотезы).

**Организация различных форм работы с логическими задачами**

Основная работа для развития логического мышления младшего школьника должна проводиться при решении задачи, так как ученик выполняет анализ: отделяет вопрос от условия, выделяет искомые и данные числа; намечая план решения, он выполняет синтез, пользуясь при этом конкретизацией (мысленно рисует условие задачи), а затем абстрагированием (отвлекаясь от конкретной ситуации, выбирает арифметические действия). В результате решения ученик обобщает знание связей между данными в условии задачи.

К логическим задачам относятся те задачи, при решении которых главное — отыскать связи между скрытыми фактами, сопоставить их, установить цепочки суждений, а вычисления играют в задаче как бы вспомогательную роль. Логические задачи вообще могут быть без числовых данных.

В условии логической задачи может быть множество фактов, поэтому их все трудно удержать в памяти. Тогда в этом случае можно решать их с помощью составления схем, таблиц, выполнению рисунков и чертежей.

На уроках математики необходимо работать над развитием мыслительных операций. Умение рассуждать, обосновывать и доказывать приходит постепенно в результате специальной организации учебной деятельности.

*Учащиеся овладеют следующими умениями:*

• сводить словесные условия задач к математическим (строить простейшие математические модели);

• применять изученные методы и приёмы при решении логических и математических задач;

• использовать мыслительные операции (абстрагирование, умозаключение, сравнение);

• решать простейшие комбинаторные задачи.

*Целью работы над логическими задачами и есть развитие логики:*

1.Развивать способность рассуждать и мыслить логически. Это значит способность к анализу, синтезу, классификации предметов, явлений, событий, процессов.

2. Учить чётко излагать свои мысли, высказывать собственные суждения.

3. Формировать умения формулировать понятия.

Задачи на логическое мышление нельзя решить без рассуждений, решить по аналогии. Можно попросить ребёнка пересказать содержание и на основе наглядности, рисунков, графов, отрезков проанализировать условие задачи.

Текстовые логические задачи несут в себе новую информацию для детей, способствующую логико-математическому развитию их личности. К таким задачам относятся задачи на установление соответствий между множествами, на определение порядка следования элементов, на перебор всевозможных значений.

Наибольший эффект достигается в результате применения и использования следующей **формы работы:**

1. Работа над решённой задачей. Многие учащиеся только после повторного анализа осознают план решения задачи. Это путь к выработке твердых знаний по математике.
2. Решение задач различными способами. Мало уделяется внимания решению задач разными способами в основном из-за нехватки времени. А ведь это умение свидетельствует о достаточно высоком математическом развитии.
3. Правильно организованный способ анализа задачи - от вопроса или от данных к вопросу.
4. Представление ситуации, описанной в задаче («нарисовать картинку»). Обратить внимание детей на детали, которые нужно обязательно представить, а которые можно опустить. Мысленное участие в этой ситуации. Разбиение текста задачи на смысловые части. Моделирование ситуации с помощью чертежа, рисунка.
5. Самостоятельное составление задач учащимися.

В работе над логической задачей выделяются такие же  **этапы,**как и втекстовой задаче, а именно:

1. Ознакомление с содержанием задачи.

Сначала ученики знакомятся с содержанием задачи. Работу над задачей начинают с прочтения её текста. Важно, чтобы ученики поняли значение каждого слова, представили ситуацию, словесная модель которой (описание количественной стороны жизненных явлений, событий, процессов) приведена в задаче.

1. Интерпретация условия.

Интерпретация - наглядное представление связей между величинами и соответствующими числовыми данными задачи так, чтобы ученики могли самостоятельно воспроизвести текст задачи. Для быстрого интерпретирования используют отрезки. Чертеж приближает ученика к математическому содержанию в большей степени, чем краткая запись.

Ещё более наглядно содержание задачи можно представить посредством иллюстрации, в которой интерпретация выполняется в виде схематического или образного представления объектов. Иногда при разборе условия задачи использую одновременно несколько видов интерпретации. Например, сочетают краткую запись и чертёж, чертёж и символическую иллюстрацию.

1. Поиск решения задачи.

Поиск решения задачи — это переход от графической модели её условия к математической модели. На этом этапе ученики выбирают соответствующие арифметические действия её решения, устанавливают порядок их выполнения. Для выбора соответствующих арифметических действий используют систему вопросов и ответов.

К текстовым задачам применяют аналитический метод, который позволяет расчленить составную задачу на систему простых задач. В процессе анализа текста задачи учащиеся выделяют условие (известные величины, данные) и вопрос (неизвестные величины, искомое), устанавливают, каким образом они связаны между собой. В задаче могут присутствовать неявные данные. При разборе условия выясняют назначение неявных данных (для чего они введены в условие задачи). Анализируют текст задачи и выделяют в нём математические отношения между величинами. Сущность синтетического способа заключается в установлении связей между данными условия задачи и получением новых данных. Затем устанавливают связь между полученными данными, пока не будет найдено искомое.

1. Оформление решения задачи.

Решение логической задачи может быть представлено как записью по действиям, так и в виде рассуждений.

1. Проверка решения задачи.

Устанавливают, решение выполнено правильно или ошибочно. Для этого используют следующие виды проверки решения:

* коллективная (в парах) сверка с ответом, предложенным учителем;
* соотнесение ответа и данных условия задачи;
* решение задачи другим способом;
* решение задачи, обратной данной;
* «прикидка» ответа.

Применяют наиболее оперативный способ проверки решения задачи - сверка полученных учениками ответов с ответом, который сообщает учитель. Считают, что эффективную проверку обеспечивает решение задачи другим способом. Но не для каждой задачи существуют разные варианты решения.

«Прикидка» ответа позволяет установить «границы» искомого числа. Так, до решения задачи «прикидывают», больше или меньше какого-то из данных чисел должно быть искомое число. После решения полученный результат сравнивают с одним из данных чисел, если он соответствует установленным границам, значит, задача решена правильно.

Выбирая формы работы, подбирают такие элементы проблемного обучения, при которых объяснение материала чередуется с самостоятельным поиском путей решения поставленных задач. Обучают учащихся решению задач не с конкретных действий, а с анализа условий и высказывания предложений, которые впоследствии будут подтверждены или опровергнуты. Используют несколько различных способов решения логических задач и применяют следующие наиболее понятные и доступные детям методы:

* метод рассуждений;
* метод таблиц;
* метод блок-схем.

Метод первый: метод рассуждений.

Способ рассуждений - самый примитивный способ. Этим способом решаются самые простые логические задачи. Его идея состоит в том, что мы проводим рассуждения, используя последовательно все условия задачи, и приходим к выводу, который и будет являться ответом задачи.

Метод второй: метод таблиц.

Основной приём, который используется при решении текстовых логических задач, заключается в построении таблиц. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

Метод третий: метод блок-схем.

Этот метод применяется для решения задач на взвешивание и переливание. Простейший приём решения таких задач состоит в переборе возможных вариантов.

Работа над логическими задачами эффективна тогда, когда она включается в общую систему работы над задачами. Когда на каждом уроке, начиная с 1 класса, решаются логические задачи путём рассуждения, анализа содержания, установления взаимосвязей между данными и искомыми. У учащихся появляется интерес к занятиям математикой, повышается уровень логического и математического мышления. В процессе использования этих упражнений на уроках и внеурочных занятиях, при подготовке к олимпиадам по математике, прослеживается положительная динамика владения навыком решения задач определённого вида.

**Заключение**

Важнейшей задачей математического образования является обучение учащихся общим приёмам мышления, развитие способности понимать смысл поставленной задачи, умение логично рассуждать, усвоить навыки алгоритмического и логического мышления. Учителю важно научить школьников анализировать, отчетливо выражать свои мысли, развивать пространственное представление, способность предвидеть результат и предугадать путь решения задачи.

Основной целью математического образования должно быть развитие умения математически, а значит, логически и осознанно исследовать явления реального мира. Реализации этой цели может и должно способствовать решение на уроках математики различного рода нестандартных логических задач. Поэтому использование учителем начальной школы этих задач на уроках математики является не только желательным, но даже необходимым элементом обучения математике.

При обучении в школе развитая логика помогает ребенку успешнее учиться, справляться с математическими и жизненными задачами, ориентироваться в различных ситуациях.

Данный вид задач можно решать с помощью рассуждений, схем, таблиц, чертежей. При отработке навыка решать задачи рекомендуется применять практическую деятельность (например, отрезание полосок бумаги, перекладывание предметов), чтобы наглядно представить алгоритм выполняемых действий. Без предварительной тренировки и выработанного алгоритма решение таких задач даётся детям с трудом.

Подобные задания чаще можно встретить в математических олимпиадах, нежели в учебниках по математике. При решении логических задач требуется умение рассуждать, объяснять, сравнивать, обобщать данные, делать выводы.

***В Приложении к методическим рекомендациям представлен разбор часто встречающихся видов логических задач во Всероссийской проверочной работе по математике в 4 классе.***

***Поняв принцип их решения, ребенок сможет легко справиться с подобным заданием, так как при их выполнении наиболее трудным для обучающихся является решение именно логических задач.***

**Приложение 1**

Рассмотрим самые интересные и трудные задачи из ВПР 4 класса под № 9.

**Задача 1**

**Олеся, Надя и Юра бросали баскетбольный мяч в корзину. Каждый сделал 6 бросков. Все попали мячом в корзину разное число раз, а всего оказалось 13 попаданий. Надя попала мячом в корзину больше всех.**

**Сколько раз попала мячом в корзину Надя?**

***Решение:***

1. Предположим, что Надя ни разу не промахнулась и попала 6 раз.  
   Тогда на Олесю и Юру вместе пришлось 13-6=7 попаданий. Число попаданий может распределиться следующим образом:  
   7=1+6  
   7=2+5  
   7=3+4  
   Вариант 1+6 противоречит условию задачи, т.к. максимальное число попаданий было только у Нади.

Значит для Олеси и Юры возможны варианты 2+5, 3+4.  
2) Предположим, что Надя попала 5 раз.

Тогда Олеся и Юра 13-5=8 попаданий. Но этого быть не может, т.к. варианты 1+7, 2+6, 3+5, 4+4 противоречат условию задачи.  
***Ответ:*** Надя попала 6 раз.

**Задача 2**

**У Саши есть конфеты: 6 мятных, 8 лимонных и 4 вишнёвых. Саша хочет разложить все конфеты в несколько пакетиков так, чтобы в каждом пакетике встречались конфеты всех трёх видов, и чтобы во всех пакетиках конфет было одинаковое количество.**

**Какое самое большое количество пакетиков с конфетами сможет собрать Саша?**

***Решение:***

Саше в пакеты нужно разложить ВСЕ конфеты.

По условию задачи в каждом пакетике должны встречаться конфеты всех трёх видов, поэтому наибольшее число пакетов возможно 4, т.к. у Саши только 4 вишневые конфеты.

Но так как у Саши всего 6+8+4=18 конфет, а 18 не делится на 4 без остатка. Значит число пакетов будет меньше.

Предположим, что число пакетов 3.

3 меньше 4 и 18 делится на 3 без остатка.

***Ответ:*** 3 пакетика.

**Задача 3**

**У Вали есть конфеты: 6 апельсиновых, 7 клубничных, 6 лимонных и 5 вишнёвых. Валя хочет разложить все конфеты в несколько пакетиков так, чтобы ни в одном пакетике не было двух одинаковых конфет, и чтобы во всех пакетиках конфет было одинаковое количество.**

**Какое самое маленькое количество пакетиков сможет собрать Валя?**

***Решение:***

Найдем число всех конфет 6+7+6+5=24 (шт.)  
Так как конфет 4 вида, то попробуем разложить по 4 конфеты в каждый пакет.  
24:4=6 (пак.) получится.

Но клубничных конфет 7, значит по 4 конфеты раскладывать нельзя, т.к. иначе в один пакет попадут две одинаковые конфеты, а  это противоречит условию задачи.

Попробуем разложить по 3 конфеты.  
24:3=8 (пак.) получится.  
Сначала разложим конфеты, которых меньше всех, т.е. вишневых, их 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 пакет** | **2 пакет** | **3 пакет** | **4 пакет** | **5 пакет** | **6 пакет** | **7 пакет** | **8 пакет** |
| **В** | **В** | **В** | **В** | **В** |  |  |  |

Затем начинаем докладывать другие конфеты, но начиная с тех пакетиков, где конфет меньше. Сначала разложим, например, апельсиновые конфеты, их 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 пакет** | **2 пакет** | **3 пакет** | **4 пакет** | **5 пакет** | **6 пакет** | **7 пакет** | **8 пакет** |
| **В** | **В** | **ВА** | **ВА** | **ВА** | **А** | **А** | **А** |

Затем 7 клубничных, но опять же, начиная с тех пакетиков, где конфет меньше.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 пакет** | **2 пакет** | **3 пакет** | **4 пакет** | **5 пакет** | **6 пакет** | **7 пакет** | **8 пакет** |
| **ВК** | **ВК** | **ВАК** | **ВАК** | **ВА** | **АК** | **АК** | **АК** |

У нас осталось 6 лимонных конфет и 6 пакетиков по 2 конфеты. В них и докладываем лимонные конфеты.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 пакет** | **2 пакет** | **3 пакет** | **4 пакет** | **5 пакет** | **6 пакет** | **7 пакет** | **8 пакет** |
| **ВКЛ** | **ВКЛ** | **ВАК** | **ВАК** | **ВАЛ** | **АКЛ** | **АКЛ** | **АКЛ** |

Таким образом, мы разложили все 24 конфеты, в каждом пакетике нет двух одинаковых конфет и во всех пакетах одинаковое количество конфет.  
Если бы мы раскладывали по 2 конфеты, то пакетов вышло бы больше, а нам, по условию задачи, нужно получить наименьшее число пакетиков.  
***Ответ:*** 8 пакетов.

**Задача 4**

**Алексей Владимирович едет читать лекции в города Дальнего Востока на неделю, с понедельника по воскресенье включительно. Он посетит по порядку города: Биробиджан, Хабаровск, Владивосток и Южно-Сахалинск. В каждом городе Алексей Владимирович планирует читать лекции не более двух дней, а переезжать из города в город будет только ночью.**

1. **В каком городе Алексей Владимирович будет читать лекцию в пятницу?**

***Решение:***

Используя все условия задачи, решение удобно оформить в виде таблицы. Понятно, что в одном из городов Алексей Владимирович будет находиться не два, а один день. Рассмотрим все варианты.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **День недели** | **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** | **Вариант 4** |
| Понедельник | **Биробиджан** | **Биробиджан** | **Биробиджан** | **Биробиджан** |
| Вторник | **Биробиджан** | **Хабаровск** | **Биробиджан** | **Биробиджан** |
| Среда | **Хабаровск** | **Хабаровск** | **Хабаровск** | **Хабаровск** |
| Четверг | **Хабаровск** | **Владивосток** | **Владивосток** | **Хабаровск** |
| Пятница | **Владивосток** | **Владивосток** | **Владивосток** | **Владивосток** |
| Суббота | **Владивосток** | **Южно-Сахалинск** | **Южно-Сахалинск** | **Южно-Сахалинск** |
| Воскресенье | **Южно-Сахалинск** | **Южно-Сахалинск** | **Южно-Сахалинск** | **Южно-Сахалинск** |

Из данных таблицы однозначно понятно, что в пятницу будет лекция во Владивостоке.

***Ответ:*** Владивосток

1. **Если ночь с четверга на пятницу Алексей Владимирович проведёт в гостинице, то в каком городе он будет читать лекцию в субботу?**

***Решение:***

Из таблицы видно, что, проведя ночь с четверга на пятницу в гостинице города Владивосток, Алексей Владимирович будет в субботу читать лекции в Южно-Сахалинске, т.к. ночь с пятницы на субботу он проведет в дороге.

***Ответ:*** Южно-Сахалинск.

**Задача 5**

**Семёну Олеговичу нужно посетить трёх врачей в поликлинике: стоматолога, эндокринолога и окулиста. Он пришёл в поликлинику к 11 часам и выяснил, что окулист может принять с 12 до 13 часов, эндокринолог – с 9 до 13 часов, а стоматолог – с 11 до 14 часов. Семёну Олеговичу удалось посетить всех трёх врачей и провести у каждого ровно по часу.**

**1. У какого врача Семён Олегович был в 11:30?**

***Решение:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Стоматолог** | **Эндокринолог** | **Окулист** |
| **с 11 до 14 часов** | **с 9 до 13 часов** | **с 12 до 13 часов** |

По условию задачи Семён Олегович пришёл в поликлинику к 11 часам и ему удалось провести у каждого ровно час.

Очевидно, что к окулисту можно попасть только с 12 до 13 часов, и он работает только 1 час, а другой возможности его посетить просто нет.

Тогда Семён Олегович вначале пойдёт к **эндокринологу с 11 до 12 часов**, затем посетит **окулиста с 12 до 13 часов**, а к **стоматологу пойдёт с 13 до 14 часов.**

***Ответ:*** В 11:30 Семен Олегович был у эндокринолога.

**2. К какому врачу Семён Олегович пошёл после приёма окулиста?**

***Решение:***

Окулист был вторым врачом, значит после него остается посетить только стоматолога.

***Ответ:*** после окулиста он посетил стоматолога.

**Задача 6**

**У Васи есть печенья 4-х сортов. Он хочет выбрать какие-то 4 печенья, но так, чтобы каждого сорта было не более 2-х. Сколькими способами он может это сделать?**

В начальной школе такого типа задачи решаются перебором или составлением «дерева возможностей».

***Решение:*** обозначим четыре вида печенья **1 2 3 4**

**«Дерево возможностей»**

***Ответ:*** 19 способов.

**Задача 7**

**Рома, Оля и Паша съели вместе 13 конфет. Больше 8 конфет не съел никто. Паша съел больше всех конфет, а Оля съела на 2 конфеты больше, чем Рома.**

**1. Сколько конфет съел Паша?**

***Решение:***

Из условия задачи понятно, что Рома съел меньше всех конфет. Рассмотрим варианты.

1. Если Рома съел 1 конфету, тогда Оля съела 1+2= 3 конфеты, а Паша съел 13-1-3=9 конфет, чего быть не может, т.к. **больше 8 конфет не съел никто.**
2. Если Рома съел 2 конфеты, тогда Оля съела 2+2=4 конфеты, а Паша съел 13-2-4=7 конфет, это соответствует условиям задачи.
3. Если Рома съел 3 конфеты, тогда Оля съела 3+2= 5 конфет и Паша съел 13-3-5=5 конфет, чего быть не может, т.к. **Паша съел больше всех конфет.**

***Ответ:*** Паша съел 7 конфет. (второе предположение верное)

**2. Сколько конфет съела Оля?**

***Решение:***

Из решения первой части понятно, что Оля съела 4 конфеты.  
***Ответ:*** 4 конфеты. (второе предположение верное)

**Задача 8**

**Маша, Юра и Аня пошли по грибы. Маша нашла меньше грибов, чем Юра. Вместе Маша и Юра нашли столько же грибов, сколько нашла Аня. Меньше трёх грибов не нашёл никто из них, а все вместе они нашли 16 грибов.**

**Сколько грибов нашла Аня?**

***Решение:*** составим схему.

**Маша < Юра = Аня**

**16 грибов**

По условию задачи Аня нашла столько же грибов, сколько Маша и Юра вместе. Значит Аня собрала половину грибов.

Так как всего ребята нашли 16 грибов, то Аня нашла 16 : 2 = 8 грибов.  
***Ответ:*** Аня нашла 8 грибов.

**2. Сколько грибов нашёл Юра?**

***Решение:***

Маша и Юра вместе набрали 8 грибов.  Маша набрала грибов меньше, чем Юра и при этом не меньше 3.  
Предположим Маша нашла 4 или более грибов, но это будет противоречить условию, что Юра набрал больше.  
Предположим, что Маша нашла 3 гриба, тогда Юра 8-3=5 грибов — это соответствует всем условиям.  
***Ответ:*** Юра нашёл 5 грибов.

**Приложение 2**

Разберём решение задач ВПР по математике, требующих логического и алгоритмического умения под №12.

**Задача 1**

**В коробке лежат синие, красные и зелёные карандаши. Всего их 15 штук. Синих карандашей в 5 раз больше, чем зелёных, а красных меньше, чем синих. Сколько в коробке красных карандашей?**

***Решение:***

Представим условие задачи в виде таблицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Цвет карандашей** | **Условие** | **Вопрос** |
| Синие | Зелёные 5 |  |
| Красные | < синих | Сколько ? |
| Зелёные |  |  |
| Всего | 15 | |

Читая условие задачи, для начала определим количество синих карандашей. Их в 5 раз больше, чем зелёных, значит, сделаем запись «зелёные умножаем на 5 = синие».

Количество красных карандашей меньше количества синих.

Далее начинаем решать задачу **методом подбора**.

1) Допустим, зеленых 1 карандаш, тогда количество синих: 1 умножим на 5 равно 5.

1 х 5=5 (к.) – синих.

По условию задачи всего в коробке 15 карандашей.

Значит, из 15 вычтем количество зелёных карандашей и количество синих, чтобы узнать количество красных карандашей.

15-1-5= 9 (к.) – красных.

Но этого не может быть, т.к. в задаче сказано, что количество красных карандашей меньше количества синих. Смотрим, синих 5 карандашей, а красных – 9, что противоречит условию задачи.

2) Подберём другое число.

Допустим, зеленых 2 карандаша, тогда синих: 2 умножим на 5 равно 10.

2 х 5=10 (к.) – синих.

По условию задачи всего в коробке 15 карандашей.

Значит, из 15 вычтем количество зелёных карандашей и количество синих, чтобы узнать количество красных карандашей.

15-2- 10= 3 (к.) – красных.

В задаче сказано, что количество красных карандашей меньше количества синих. Смотрим, синих 10 карандашей, а красных – 3. Да, это решение подходит.

3) Но проверим еще раз для надёжности и подберём другое число.

Допустим, зеленых 3 карандаша, тогда синих: 3 умножим на 5 равно 15.

3 х 5=15 (к.) – синих.

По условию задачи всего в коробке 15 карандашей трёх разных цветов, но у нас 15 карандашей только синего цвета, что противоречит условию задачи.

***Ответ***: 3 красных карандаша в коробке (решение №2 верное)

**Задача 2**

**Полоску бумаги разрезали на три части. После этого самую большую из полученных частей снова разрезали на три части. Затем снова самую большую из полученных частей разрезали на три части. Так поступили много раз: на каждом шаге самую большую часть разрезали на три части. Могло ли в итоге получиться 250 частей?**

***Решение:***

|  |  |
| --- | --- |
| **Алгоритм решения** | **Результат** |
| Полоску бумаги разрезали на три части так, чтобы одна из них была больше двух других.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  | | | | | |  | | | | | |  |  |  |  |  |   Затем снова самую большую из полученных частей разрезали на три части.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | | | | |  |  |  |  | |  | | | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   Так поступили много раз: на каждом шаге самую большую часть разрезали на три части.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | | | | | | | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   И так далее. | 1+2=3  1+4=5  1+6=7 |
|

**Вывод:**

При выполнении практических действий мы видим, что каждый раз остаётся бОльшая часть, которую мы разрезаем, а количество маленьких частей увеличивается на 2.

Общее количество всех частей также увеличивается на 2 и является *нечётным* числом.

**1+2=3**

**1+4=5**

**1+6=7**

Значит, при выполнении аналогичных действий, в итоге всегда будет получаться нечётное количество частей.

Обратимся к вопросу задачи: «Могло ли в итоге получиться 250 частей?»

***Ответ***: нет, не может, так как число 250 чётное число.

**Задача 3**

**Вася с родителями собирал грибы. Мама нашла 9 грибов, папа нашёл 15 грибов, а Вася нашёл на столько же больше грибов, чем нашла мама, на сколько меньше, чем нашёл папа. Сколько грибов нашёл Вася?**

***Решение:***

Представим условие задачи в виде таблицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Условие | Вопрос |
| Вася | Чем папа на 15 > Вася > чем мама на 9 | Сколько ? |
| мама | 9 |  |
| папа | 15 |  |

Можно использовать схему:  
**9...............Вася...............15**

Обратимся условию задачи «Мама нашла 9 грибов, папа нашёл 15 грибов, а Вася нашёл на столько же больше грибов, чем нашла мама, на сколько меньше, чем нашёл папа».

Количество грибов, которые нашёл Вася находится между числами 9 и 15, на одинаковом расстоянии от них.

***Вариант решения 1***

Найдем разность между количеством грибов, собранных папой и мамой.

15-9=6 (грибов).

Значит,

6:2=3 (гриба) — на столько Вася нашёл больше, чем мама и меньше, чем папа (или половина этой разницы)

Следовательно, Вася нашёл 9+3=12 или 15-3=12 грибов.

***Ответ:*** 12 грибов.

***Вариант решения 2***  
Найдём среднее арифметическое чисел 9 и 15 и раздели его пополам.  
(15+9):2=12(гр.)-нашёл Вася  
***Ответ:*** 12 грибов.

**Задача 4**

**При записи номеров домов на улице Петровской было использовано 143 цифры. Сколько домов на этой улице? (Дома нумеруются с 1 и идут подряд, т.е. 1, 2, 3, 4 и т.д.)**

***Решение:***

Для записи номеров на первые девять домов требуется 9 цифр. Значит, это дома с однозначным номером 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Всего было использовано 143 цифры, а значит остальное количество домов на улице выражено двузначным числом.

143 - 9 = 134 (цифры) — понадобилось на дома с двузначной нумерацией.

134 : 2 = 67 (домов) — с двузначной нумерацией.

9 + 67 =76 (домов) — всего на улице Петровской.

***Ответ:*** 76 домов.

**Задача 5**

**Слава собирался купить 20 конфет, но ему не хватало для этого 3 руб. Тогда Слава купил 15 конфет, и у него осталось 7 руб. сдачи. Сколько стоит одна конфета?**

***Решение:***

Слава собирался купить 20 конфет, но купил 15 конфет. По условию у него осталось 7 руб. Но он хотел купить на 5 конфет больше. Причём по условию ему не хватит 3 руб.

20-15=5 (конф.) – не купил Слава.

Значит,

3+7=10 (руб.) стоят пять конфет.

Тогда одна конфета стоит 10:5=2 (руб.)

***Ответ:*** 2 рубля.

**Задача 6**

**Журавль стоит на двух ногах. А цапля — на одной ноге. Лягушка, сидя в болоте, насчитала 18 ног. Известно, что на болоте журавлей и цапель всего 11. Сколько на болоте цапель?**

***Вариант решения 1:***

1. Допустим, из всех птиц была одна цапля, которая стояла на одной ноге. Тогда 18-1=17 (ног) – у журавлей.

Данное число нечётное и нацело не делится на 2, т.к. по условию задачи журавли стояли на двух ногах.

1. Допустим, что цапель было две и каждая стояла на одной ноге.

Тогда 18-2=16 (ног) – у журавлей.

16:2=8 (птиц) – журавлей.

2+8=10 (птиц) – всего.

Но по условию задачи **на болоте журавлей и цапель всего 11 значит, данное решение не верное.**

1. **Предположим, что цапель было 3, соответственно и ног у них 3.**

**Тогда 18-3=15** (ног) – у журавлей.

Данное число нечётное и нацело не делится на 2, т.к. по условию задачи журавли стояли на двух ногах.

1. Подберём число 4 – это количество цапель.

18-4=14 (ног) – у журавлей.

14:2=7 (птиц) – журавлей.

4+7=10 (птиц) – всего.

По условию задачи **на болоте журавлей и цапель всего 11 значит, данное решение верное.**

***Ответ:* 4 цапли.**

***Вариант решения 2:***

Если бы обе птицы стояли на двух ногах, то ног было бы 11·2=22 (ноги)

Но цапли стояли на одной ноге. Лягушка насчитала 18 ног.

Значит «лишние» ноги принадлежат цаплям 22-18=4 (ноги). Отсюда следует, что цапель было 4.

***Ответ:*** 4 цапли.

**Задача 7**

**В школьной столовой два стакана компота, три пирожка с мясом и четыре пирожка с вишней стоят 105 руб., а три стакана компота, два пирожка с мясом и один пирожок с вишней – 75 руб. Сколько рублей заплатил мальчик за покупку в школьной столовой одного стакана компота, одного пирожка с мясом и одного пирожка с вишней?**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Название продуктов** | **Набор 1** | **Набор 2** | **Общее количество** | **Набор 3** |
| Компот | 2 ст. | 3 ст. | 5 ст. | 1 ст. |
| Пирожки  с мясом | 3 шт. | 2 шт. | 5 шт. | 1 шт. |
| Пирожки  с вишней | 4 шт. | 1 шт. | 5 шт. | 1 шт. |
| **Стоимость** | **105 руб.** | **75 руб.** | **180 руб.** | **? руб.** |

***Решение:***

Допустим, что мальчик сначала купил 2 стакана компота, 3 пирожка с мясом и 4 пирожка с вишней (заплатив за это 105 рублей).

Затем купил 3 стакана компота, 2 пирожка с мясом и 1 пирожок с вишней (заплатив 75 рублей).

Тогда, в общей сложности, он купил 5 стаканов компота, 5 пирожков с мясом и 5 пирожков с вишней, заплатив при этом за всё 105+75=180 рублей.

Значит покупка, состоящая из 1 стакана компота, 1 пирожка с мясом и 1 пирожка с вишней, будет стоить: 180:5=36 рублей.

***Ответ:*** 36 рублей.

**Задача 8**

**Известно, что один холодильник, две микроволновые печи и три электрических чайника на 64 000 руб. дешевле, чем три холодильника, две микроволновые печи и один электрический чайник. На сколько холодильник дороже электрического чайника?**

***Решение:***

|  |  |
| --- | --- |
| **1 набор** | **2 набор** |
| **1 холодильник**  **2 микроволновые печи**  **3 электрических чайника** | **3 холодильника**  **2 микроволновые печи**  **1 электрический чайник.** |

Если из обоих наборов удалить одинаковое количество одинаковых предметов, то разница в стоимости оставшихся наборов сохранится.

Удалим из обоих наборов по две микроволновые печи, по одному холодильнику и по одному электрическому чайнику.

|  |  |
| --- | --- |
| **1 набор** | **2 набор** |
| **0 холодильник**  **0 микроволновые печи**  **2 электрических чайника** | **2 холодильника**  **0 микроволновые печи**  **0 электрический чайник.** |

Тогда в первом наборе останется 2 электрических чайника, а во втором – 2 холодильника. Получаем, что 2 холодильника дороже двух электрочайников на 64 000 руб.

64 000 : 2 = 32 000 (руб.)

Значит, 1 холодильник дороже 1 электрочайника на 32 000 руб.

***Ответ:*** 32 000 руб.

**Задача 9**

**Олег и Серёжа хотят купить книгу. У Олега есть только некоторое количество монет достоинством в 1 руб. Ему не хватает до покупки книги 135 руб. У Серёжи тоже есть деньги, но ему не хватает до покупки этой книги 2 руб. Если мальчики сложат свои деньги вместе, им всё равно не хватит денег на покупку книги. Сколько стоит книга?**

***Решение:***

Серёже не хватает до покупки двух рублей. Поэтому у Олега меньше 2-х рублей, иначе при сложении денег вместе им хватило бы на покупку. Поскольку у Олега есть деньги, причём в одних рублёвых монетах, то у него всего одна такая монета. Но Олегу не хватает до покупки 135 рублей.

Значит, книга стоит 1+135=136 (руб.)

***Ответ:*** 136 рублей.

**Задача 10**

**Андрей вырезал из бумаги несколько пятиугольников и шестиугольников. Всего у вырезанных фигурок 27 вершин. Сколько пятиугольников вырезал Андрей?**

***Решение:***

вершина

1. Если сложим количество вершин у одного пятиугольника и одного шестиугольника, то получим всего 11 вершин.

5+6=11 (вершин). Этого мало, т.к. **у вырезанных фигурок 27 вершин.**

1. Предположим, что Андрей вырезал по две фигуры: 2 пятиугольника и 2 шестиугольника.

Тогда 5 · 2 + 6 · 2 = 22 (вершины)

Всего было 27 вершин,

27 — 22 = 5 (вершин) – значит, это тоже пятиугольник.

***Ответ:*** 3 пятиугольника вырезал Андрей.

**Задача 11**

**48 книг расставили по трём полкам, причём на первой полке оказалось на 3 книги меньше, чем на второй, а на третьей – на 6 больше, чем на второй. Сколько книг стоит на первой полке?**

***Решение:***

1 полка - ?, на 3 кн. меньше, чем на 2-й

2 полка - 48 книг

3 полка - ?, на 6 кн. больше, чем на 2-й

По условию задачи на **третьей полке книг на 6 больше, чем на второй.** Уберём с третьей полки 6 книг.

**На первой полке было на 3 книги меньше, чем на второй, тогда на** первую поставим 3 книги.

Видим, что общее количество книг на трёх полках уменьшится на 3.

6-3=3(кн.)

Значит, всего книг станет 48 - 3 = 45(кн.)

При этом на всех трёх полках стало поровну книг, то есть по 45 : 3 = 15(кн.) Следовательно, на первой полке стояло 15 - 3 = 12 (кн.)

***Ответ:*** 12 книг.

**Задача 12**

**В 10 часов утра на стадионе было 28 человек, из которых часть играли в футбол, а часть – в волейбол. Затем семь из игравших в футбол ушли со стадиона, а три человека, игравших в волейбол, пошли играть в футбол. В результате играющих в футбол стало в два раза больше, чем играющих в волейбол. Сколько человек играли в футбол в 10 часов утра?**

***Решение:***

1. После того как семь человек ушли со стадиона, на стадионе остался

28-7=21 человек.

1. Раз играющих в футбол стало в два раза больше, чем играющих в волейбол, то в футбол и волейбол играли в три раза больше человек, чем в волейбол.

Значит, в волейбол играли семь человек 21:3=7 (чел.)

А в футбол – 7 2 = 14 (чел.)

Следовательно, первоначально на стадионе играющих в футбол было

14+7- 3 =18 человек

***Ответ:*** 18 человек.

Интернет-ресурсы:

<https://math4-vpr.sdamgia.ru/>

<https://vprklass.ru/4-klass/matematika/vpr-po-matematike-4-klass-2023-varianty-s-otvetami>

<http://vpr-examen.ru/mat_4_1_1.html>